

УДК 536.12:621.891

**ЗАСТОСУВАННЯ АПРОКСИМАЦІЙНОГО МЕТОДУ ДЛЯ
МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗУ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕПЛОВИХ
ПРОЦЕСІВ ВНАСЛІДОК ДІЇ РУХОМИХ ЗОН ЛОКАЛЬНОГО
НАГРІВУ НА ОСНОВІ ТРИВИМІРНИХ РІВНЯНЬ МАТЕМАТИЧНОЇ
ФІЗИКИ**

Є. Іваник, к.ф.-м.н., В. Семерак, к.т.н.

Львівський національний аграрний університет

О. Сікора, к.т.н.

Дрогобицький державний педагогічний університет ім. І. Франка

Ключові слова: температура, півпростір, нестационарне просторове поле температури, рухомі локально-концентровані зони нагріву.

Із використанням інтегральних перетворень Лапласа, Ганкеля і Фур'є отримано просторовий розподіл нестационарного температурного поля в півбезмежному тілі зумовлений дією поверхневого теплового фрикційного джерела, зосередженого в коловій області поверхні. Подано алгоритм розрахунку перехідних теплових процесів.

Постановка проблеми. Визначення і дослідження розвитку нестационарних просторових полів температури, зумовлених рухомими локально-концентрованими зонами нагріву, є важливим завданням технологічної термомеханіки, що вивчає процеси зварювання, шліфування, наплавки, термічної різки, пайки, імпульсного зміцнення тощо.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На фрикційному контакті мають місце процеси фізико-хімічної механіки, пов'язані з утворенням і руйнуванням зв'язуючого, структурними перетвореннями, а також зношуванням (спрацьовуванням) поверхні тертя [1]. Інтенсивність цих процесів значною мірою визначається температурою в зоні фрикційного контакту. Сучасна фізична картина виникнення і дисипації тепла під час тертя передбачає, по-перше, що джерелом тепла тертя є елементи фактичної ділянки контакту, і, по-друге, процеси теплоутворення й відводу тепла є стохастичними внаслідок нерегулярності розподілу елементів фактичної ділянки контакту як у просторі, так і внаслідок зношування в часі.

Уперше теплоутворення під час тертя методом природної термопари на поверхні розділів матеріалів нерухомого стрижня і диска, що обертається, вивчалися Ф. Боуден і К. Рідлер [2], які вважали, що область контакту нерухома відносно кожного з тіл, які труться, а відповідна теплова задача

тертя є стаціонарна й одновимірною. Наступним кроком в оцінці температури за граничного тертя на поверхні тяжконавантаженого контакту стали результати Г. Блока [3-5], де вперше було зроблено припущення про рівність температур у кожному з тіл в зоні контакту. Хоча зроблене в цій роботі припущення про сталість інтенсивності теплового потоку на всій ділянці контакту не зовсім коректне, усе ж отримане на його основі значення для максимальної температури тертя виявлялось близьким до дійсного значення температури, знайденого експериментально. Простота основного результату Г. Блока – пропорційність максимальної температури кореню квадратному зі швидкості – не втрачає своєї актуальності понині та привертає увагу багатьох дослідників.

Деяку іншу постановку теплової задачі тертя запропонував Т. Єгер [6], який знаходив температуру за заданим розподілом інтенсивності теплового потоку, що вважалася пропорційною інтенсивності дотичних зусиль на ділянці контакту.

Характерною рисою згаданих праць є постановка відповідних теплових задач тертя як задач Діріхле або Неймана, а не як задач контактної взаємодії.

Інженерна практика висуває завдання визначення температурних полів і напружень у тілах, які нагріваються джерелами тепла, що діють на вузьких смугах контакту інструменту з виробами, які обробляють.

Механічна енергія внаслідок тертя твердих тіл трансформується в теплову, локалізовану на ділянках фактичного контакту, відомих у літературі як «гарячі плями» (ГП). Сумарна площа ГП не перевищує 1% номінальної площі дотику. Вони мають форму, близьку до витягнутого в напрямі ковзання еліпса. Зі зростанням мікротвердості металу або зниженням швидкості ковзання форма плям із витягнутої перетворюється на кругову зі середнім діаметром 34-41 мкм [7]. Аналіз кінетики процесів тепловиділення на ділянці контакту показує, що весь період існування «гарячих плям» залежно від їх розміру може змінюватися від мілісекунд до декількох секунд [8]. Зі збільшенням навантаження і швидкості ковзання інтенсивність зношування спряжених тіл зростає, що призводить до зменшення часу існування гарячої плями. Тому локальні значення температури спадають так само швидко, як і зростають. Окрема ГП протягом періоду свого існування рухається в напрямі відносного ковзання співдотичних тіл. Середня швидкість її руху для пари тертя сапфір-мідь становить 930 мкм/с, а для трибоконтракту сапфір-сталь 360 мкм/с [9].

Висока концентрація теплової енергії на ГП і з подальшою інтенсифікацією фізико-хімічних і механічних процесів спричиняють руйнування тіл, що труться. Тому температури поверхонь пар тертя

досліджувало багато дослідників у теоретичних працях, які утворюють на сьогодні окремий науковий напрям – теплові задачі тертя. Огляд виконаних досліджень наведено в роботі [10]. В основному вивчено стаціонарні розподіли температури як з врахуванням, так і без урахування конвективного охолодження на поверхні тіла [11-13].

Постановка завдання. Сьогодні досить важко розраховувати на можливість точної математичної постановки і розв’язку проблеми всебічного вивчення теплових явищ під час різних технологічних процесів, оскільки це спряжено з труднощами, пов’язаними з рухомістю зон нагріву, а також видом теплових потоків, зумовлених особливостями нових сучасних технологій. Розглянемо алгоритм розрахунку перехідних процесів місцевого (локального) підвищення температури поверхні півбезмежного тіла за рівномірного руху по ньому кругової «гарячої плями» (ГП).

Виклад основного матеріалу. Нехай джерело тепла у формі круга $r^2 = x^2 + y^2 \leq a^2$ рухається зі сталою швидкістю V вздовж осі Ox по поверхні $z = 0$ півбезмежного тіла. Припускається, що початок прямокутної декартової системи координат $Oxyz$ розміщено в центрі цього круга. Інтенсивність теплового потоку змінюється відповідно до $q(r) = q_0 q^*(r)$, решта граничної поверхні теплоізолювана. Слід знайти просторово-часовий розподіл температурного поля в системі за тривалості дії ГП протягом часу від 0 до t_s .

Для визначення нестационарного температурного поля в півпросторі $z \geq 0$ маємо рівняння теплопровідності [14]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{V}{k} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{k} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (1)$$

яке підстановкою

$$T = \Theta e^{-\frac{Vx}{2k}} \quad (2)$$

зводиться до такого вигляду

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} - \left(\frac{V}{2k}\right)^2 \Theta = \frac{1}{k} \frac{\partial \Theta}{\partial t}. \quad (3)$$

Перейшовши до циліндричної системи координат (r, Φ, z) та поклавши $\rho = r/a$; $\zeta = z/a$, $Pe = Va/2k$, замість рівнянь (1) та (3), приходимо до

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} \right] \Theta - Pe^2 \Theta = \frac{a^2}{k} \frac{\partial \Theta}{\partial t}. \quad (4)$$

Тоді математичну модель процесу локального підвищення температури в зоні ГП сформулюємо як крайову задачу для

диференціального рівняння теплопровідності (4) за крайових умов типу

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} = \begin{cases} -\Lambda q^*(\rho) e^{Pe\rho \cos \varphi} H(t_s - t), & \rho \leq 1, \zeta = 0, \\ 0, & \rho > 1, \zeta = 0; \end{cases} \quad \Lambda = \frac{q_0}{\pi aK}; \quad (5)$$

$$\Theta(\rho, \varphi, \zeta, t) = \Theta(\rho, \varphi + 2\pi, \zeta, t); \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} \right|_{\varphi=0} = \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} \right|_{\varphi=\pi}; \quad (7)$$

$$|\Theta(r, \varphi, z, t)| < \infty, \quad \Theta(r, \varphi, z, 0) = 0. \quad (8)$$

Послідовне застосування до рівняння (4) за врахування крайових умов (6)-(8) скінченного косинус-перетворення Фур'є за змінною φ , інтегрального перетворення Ганкеля за радіальною координатою і Лапласа за часом призводить до такого рівняння в просторі зображень

$$\frac{d^2 \bar{\bar{\Theta}}}{d\zeta^2} - \kappa^2 \bar{\bar{\Theta}} = 0, \quad (9)$$

де

$$\bar{\bar{\Theta}}(\xi, n, z, s) = \int_0^\infty e^{-st} \bar{\Theta}(\xi, n, z, t) dt; \quad (10)$$

$$\bar{\Theta}(\xi, n, z, t) = \int_0^\infty \rho \tilde{\Theta}(r, n, z, t) J_n(\xi \rho) d\rho; \quad (11)$$

$$\tilde{\Theta}(r, n, z, t) = \int_0^{2\pi} \Theta(r, \varphi, z, t) \cos n\varphi d\varphi; \quad (12)$$

$$\kappa^2 = \xi^2 + Pe^2 + \frac{a^2 s}{k}. \quad (13)$$

Використавши представлення [14]

$$e^{Pe\rho \cos \varphi} = 2 \sum_{m=0}^{\infty} I_m(Pe\rho) \cos m\varphi, \quad (14)$$

причому індекс «штрих» тут і надалі означає, що перший доданок ряду (14) слід помножити на множник 1/2 і, застосовуючи до умови (5) скінченне косинус-перетворення Фур'є (12), отримуємо

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \zeta} = \begin{cases} -2\pi q_0 q^*(\rho) I_n(Pe\rho) H(t_s - t), & \rho \leq 1, \zeta = 0, \\ 0, & \rho > 1, \zeta = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Оскільки побудова точного розв'язку крайової задачі (4)-(8) за довільного закону $q^*(r)$ зміни інтенсивності потужності рухомого теплового потоку складає значні математичні труднощі, використаємо апроксимацію функції $q^*(r)$ за допомогою фінітних кусково-сталих функцій виду

$$q_j^*(\rho) = \int_{j-1}^M q_j^*(\rho_j(\rho)), q_j^* = q_j^* \left(\frac{\rho_{j-1} + \rho_j}{2} \right), \rho_j(\rho) = \begin{cases} 1, & \rho \in [\rho_{j-1}, \rho_j], \\ 0, & \rho \notin [\rho_{j-1}, \rho_j], \end{cases} \quad (16)$$

де ρ_j ($j = 1, 2, \dots, M$) – точки рівномірної сітки розбиття відрізка $[0, \rho]$; M – кількість точок розбиття.

Тоді гранична умова (15) з урахуванням (16) матиме вигляд

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \zeta} = \begin{cases} -2\pi\Lambda I_n(Pe\rho) H(t_s - t) \int_{j-1}^M q_j^*(\rho_j(\rho)), & \rho \leq 1, \zeta = 0, \\ 0, & \rho > 1, \zeta = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Застосування до виразу (17) інтегрального перетворення Ганкеля (11) та врахування значення інтеграла [15]

$$\int_0^{\rho_j} \rho I_n(Pe\rho) J_n(\xi\rho) d\rho = \frac{\psi_n(\xi\rho_j, Pe\rho_j)}{\xi^2 + Pe^2};$$

$$\psi_n(\xi, Pe) = \xi J_{n+1}(\xi) I_n(Pe) + Pe J_n(\xi) I_{n+1}(Pe) \quad (18)$$

дає

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \zeta} = -\frac{2\pi\Lambda H(t_s - t)}{\xi^2 + Pe^2} \sum_{j=1}^M q_j^* [\psi_n(\xi\rho_j, Pe\rho_j) - \psi_n(\xi\rho_{j-1}, Pe\rho_{j-1})], \quad \zeta = 0 \quad (19)$$

Остаточно трансформанта за Лапласом рівності (19), згідно з (10), має вигляд

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial \zeta} = -\frac{2\pi\Lambda(1 - e^{-st_s})}{s(\xi^2 + Pe^2)} \sum_{j=1}^M q_j^* [\psi_n(\xi\rho_j, Pe\rho_j) - \psi_n(\xi\rho_{j-1}, Pe\rho_{j-1})], \quad \zeta = 0. \quad (20)$$

Розв'язуючи рівняння (9) за умови (20) та умови замикання зображення температури, яка впливає з (8), знаходимо

$$\bar{\Theta}(\xi, n, z, s) = \frac{2\pi\Lambda(1 - e^{-st_s})e^{-k\xi}}{sk(\xi^2 + Pe^2)} \sum_{j=1}^M q_j^* [\psi_n(\xi\rho_j, Pe\rho_j) - \psi_n(\xi\rho_{j-1}, Pe\rho_{j-1})] \quad (21)$$

Використавши інтеграл Дюгамеля [16] та враховуючи, що функція

$\frac{e^{-\kappa\zeta}}{s\kappa}$, де κ задається формулою (13), має табличний оригінал за Лапласом [17]

$$L^{-1}\left(\frac{e^{-\kappa\zeta}}{s\kappa}\right) = \frac{\Phi(\xi, \zeta, Fo, Pe)}{2(\xi^2 + Pe^2)^{1/2}},$$

$$\Phi(\xi, \zeta, Fo, Pe) = e^{-\zeta\sqrt{\xi^2 + Pe^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\zeta}{2\sqrt{Fo}} - \sqrt{Fo(\xi^2 + Pe^2)}\right) - e^{\zeta\sqrt{\xi^2 + Pe^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\zeta}{2\sqrt{Fo}} + \sqrt{Fo(\xi^2 + Pe^2)}\right), \quad (22)$$

з виразу (21) отримуємо

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}(\xi, n, z, t) = \pi\Lambda \sum_{j=1}^M q_j^* [\varphi_n(\xi\rho_j, Pe\rho_j) - \varphi_n(\xi\rho_{j-1}, Pe\rho_{j-1})] [\Phi(\xi, \zeta, Fo, Pe)H(Fo) - \\ - \Phi(\xi, \zeta, Fo - Fo_s, Pe)H(Fo - Fo_s)]; \varphi_n(\xi, Pe) = \frac{\Psi_n(\xi, Pe)}{2(\xi^2 + Pe^2)^{3/2}}; Fo_s = \frac{kt_s}{a^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Після застосування до (23) формул обернених перетворень Ганкеля і косинус-перетворення Фур'є

$$\begin{aligned} \tilde{\Theta}(r, n, z, t) = \int_0^\infty \xi \bar{\Theta}(\xi, n, z, t) J_n(\xi\rho) d\xi; \\ \Theta(r, \varphi, z, t) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^\infty \tilde{\Theta}(r, n, z, t) \cos n\varphi \end{aligned}$$

знаходимо

$$\begin{aligned} \Theta(r, \varphi, z, t) = \Lambda \sum_{n=0}^\infty \cos n\varphi \int_0^\infty \xi \sum_{j=1}^M q_j^* [\varphi_n(\xi\rho_j, Pe\rho_j) - \varphi_n(\xi\rho_{j-1}, Pe\rho_{j-1})] \times \\ \times [\Phi(\xi, \zeta, Fo, Pe)H(Fo) - \Phi(\xi, \zeta, Fo - Fo_s, Pe)H(Fo - Fo_s)] J_n(\xi\rho) d\xi. \end{aligned} \quad (24)$$

З урахуванням заміни (2) температуру в півпросторі в околі ГП за перехідних процесів визначаємо за формулою

$$T(r, \varphi, z, t) = e^{-Pe\rho \cos\varphi} \Theta(r, \varphi, z, t), \quad (25)$$

де $\Theta(r, \varphi, z, t)$ задано виразом (24).

Вважаючи, що потужність поверхневого джерела стала і дорівнює $q = \mathcal{V}VP_0$, з (24) отримуємо такий вираз для функції $\Theta(r, \varphi, z, t)$:

$$\Theta(r, \varphi, z, t) = q_0 \sum_{n=0}^\infty \cos n\varphi \int_0^\infty \xi \varphi_n(\xi, Pe) \Phi(\xi, \zeta, Fo, Pe) J_n(\xi\rho) d\xi.$$

(26)

Якщо джерело тепла нерухоме ($Pe = 0$), то має місце осьова симетрія задачі і, отже, у формулі (26) слід обмежитися першим членом ряду ($n = 0$). При цьому функції ψ_0 (18) і φ_0 (23) відповідно рівні $\xi J_1(\xi)$ і $\xi^{-3}\psi_0(\xi)$. Тому

$$T(r, z, t) = \frac{\Lambda}{2} \int_0^{\infty} \xi^{-1} \Phi(\xi, \zeta, Fo, 0) J_1(\xi) J_0(\xi \rho) d\xi,$$

що повністю збігається з результатом роботи [18].

Зазначимо, що в усталеному стані нагріву, коли $t \rightarrow \infty$ ($Fo \rightarrow \infty$) і $\zeta = 0$ функція Φ (22) дорівнює 2 і температура поверхні за $\zeta = 0$ визначатиметься виразом

$$T(r, \varphi) = 2\Lambda \sum_{n=0}^{\infty} \cos n\varphi \int_0^{\infty} \xi \varphi_n(\xi, Pe) J_n(\xi \rho) d\xi. \quad (27)$$

З формули (27) за $Pe = 0$ випливає, що

$$T(r) = \Lambda \int_0^{\infty} \xi^{-1} J_1(\xi) J_0(\xi \rho) d\xi. \quad (28)$$

Інтеграл типу Вебера-Шафхейтліна в правій частині виразу (28) представимо за допомогою гіпергеометричної функції ${}_2F_1$ та еліптичного інтегралу другого роду E [19]

$$T(r) = \begin{cases} \Lambda \frac{2}{\pi} E(\rho), & 0 \leq \rho \leq 1 \\ \frac{\Lambda}{2\rho} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; \frac{1}{\rho^2}\right), & \rho > 1. \end{cases} \quad (29)$$

Значення стаціонарної температури (29) за $\rho \leq 1$ збігається з результатом М. В. Коровчинського [20]. Максимальне значення цієї температури досягається в центрі нерухомої ГП й дорівнює

$$T_{\max} = q_0. \quad (30)$$

Одержані залежності (25)-(29) використані під час проведення числового аналізу кінетики теплових процесів на локальних ділянках за дії ГП нагріву по поверхні півпростору.

На рис. 1 показано переріз ізотермічних поверхонь поздовжньою площиною Oxz , яка проходить через вісь руху джерела, а на рис. 2 – поперечною площиною Oyz , що перетинає джерело нагріву. Тут же подано

криві розподілу температури по осях координат Ox і Oy відповідно за чотирьох різних значень z/a відстані від поверхні нагріву. Графіки побудовано шляхом обчислень за отриманими залежностями (27) (усталений стан нагріву) за $Pe = 1$. Безрозмірну температуру визначимо як $\theta = T/\Lambda$, де величина Λ задається відповідно до (5). Видно, що ізотермічні поверхні становлять замкнуті поверхні обертання відносно осі Ox , різко стиснуті в області перед джерелом нагріву. Найближче розміщені до джерела ізотерми на рис. 1 та рис. 2 мають форму півовалів, витягнутих уздовж джерела і сплюснутих у напрямі осі Oz . З віддалення від джерела форма ізотерм наближається до кругової. Найбільші значення температур та їх градієнтів спостерігаємо на поверхні тертя в області, в якій розміщено джерело.

Розподіл стаціонарної поверхневої температури по осях Ox і Oy залежно від швидкості переміщення ГП показано на рис. 3. На цих графіках криві побудовано для чотирьох різних значень критерію Пекле.

Характерною особливістю наведених тут кривих є те, що швидкість переміщення ГП майже не впливає на розподіл усталеної температури по осі Ox в області за джерелом. У зоні нагрівання і спереду її зростання швидкості руху ГП призводить до зниження температури і збільшення градієнта.

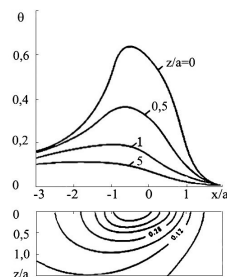


Рис. 1

Криві розподілу температури по осі координат Ox .

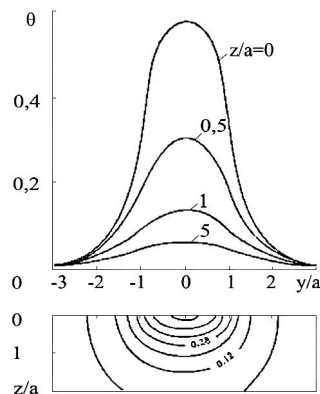


Рис. 2

Криві розподілу температури по осі координат Oy .

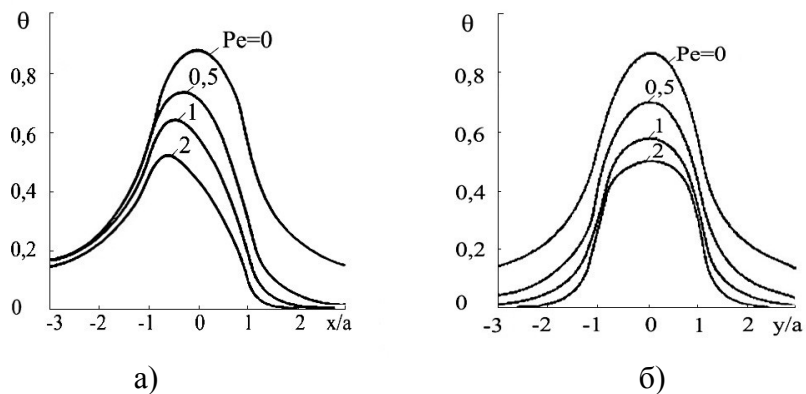


Рис. 3. Розподіл стаціонарної поверхневої від температури по осі Ox залежно від швидкості переміщення ГП.

На рис. 4 показано криві залежності глибини, на якій досягається максимальна стаціонарна температура, від швидкості переміщення ГП. Криві побудовано за тих самих значень критерію Пекле, що й на рис. 3. Чим вища швидкість, тим нижче розміщуються криві максимальних температур і тим самим на меншій глибині температурний вплив рухомого джерела є практично невідчутним. Глибина граничного розповсюдження максимального значення температури є найбільшою за нерухомої ГП і зменшується зі збільшенням швидкості руху джерела нагріву. Максимальне значення θ прямує до 1 за $Pe = 0$ на граничній поверхні, як і має бути відповідно до формули (30).

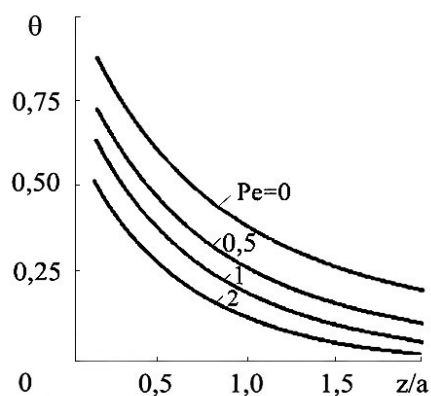


Рис. 4. Криві залежності глибини, на якій досягається максимальна стаціонарна температура, від швидкості переміщення ГП

Процес теплонасичення за нагріву рухомим джерелом тепла, згідно з фундаментальними працями М. М. Рикаліна [21], полягає в тому, що температура підвищується від початкового до температури граничного (усталеного) стану. Коефіцієнт теплонасичення β визначимо як відношення температури, що дається виразом (25) фіксованого елемента поверхні $z = 0$ у розглядуваний момент часу до стаціонарної температури (27) (у разі шару скінченної товщини це значення задається формулою (36)). Перехідні процеси, які характеризуються зміною коефіцієнта теплонасичення β в точках поверхні нагріву з декількома різними значеннями радіальної координати $\rho = r/a$, показано на рис. 5. Проведені дослідження показали, що в області нагріву $\rho \leq 1$ температура майже миттєво сягає значення, рівного 87% від температури в стаціонарному стані. Подальше підвищення температури в цій області відбувається дуже повільно. У зонах, близьких до джерела ($1 \leq \rho \leq 3$), одночасно з нагрівом починається зростання температури, далі швидкість її зростання загальмовується і температура виділеної зони асимптотично наближається до усталеної ($\beta \rightarrow 1$). У віддалених зонах ($\rho > 3$) помітне зростання температури починається тим пізніше, чим далі вони розміщуються від джерела нагріву. Слід зазначити, що найпізніше усталений стан нагріву настає за нерухомого джерела. У разі збільшення швидкості переміщення ГП відбувається швидше за досягнення стаціонарного стану.

Досліджували перехідні процеси охолодження тіла після «вимикання» поверхневого джерела тепла в деякий момент часу t_s . Температурне поле T_s у процесі охолодження після закінчення нагрівання визначали методом джерел [22] через накладання поля додатного джерела, що діє на проміжку часу від 0 до t на поле від'ємного джерела, яке діє від 0 до $t - t_s$, таким чином:

$$T_s(r, \varphi, z, t) = T(r, \varphi, z, t)H(t) - T(r, \varphi, z, t - t_s)H(t - t_s),$$

де просторовий розподіл температурного поля T визначається формулою (26), причому у разі півпростору функція Θ задається формулою (25), а у разі шару – формулою (32). Зміну безрозмірної поверхневої температури $\theta_s = T_s/q_0$ елементів поверхні на осі нагріву в процесі вирівнювання температури після закінчення нагрівання тривалістю $Fo_s = 2$ показано на рис. 6.

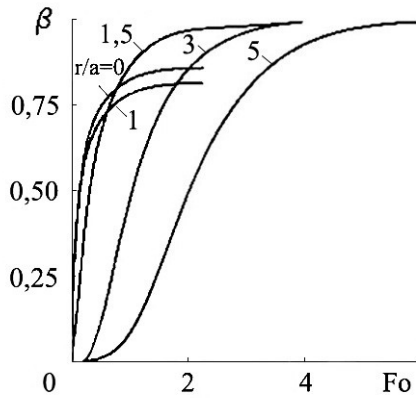


Рис. 5

Зміна коефіцієнта теплонасичення β в точках поверхні нагріву.

в точках поверхні нагріву.

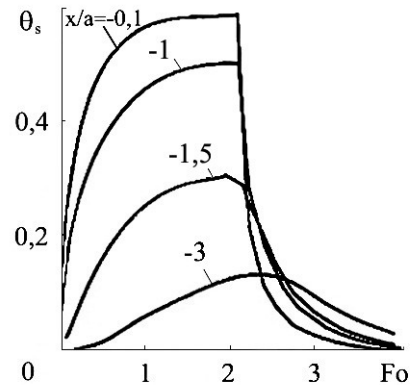


Рис. 6

Зміна безрозмірної

температури після закінчення нагрівання тривалістю $Fo_s = 2$.

У точках поверхні, найближчих до джерела, де температура на момент закінчення нагріву близька до граничної, починається інтенсивне її зменшення відразу на момент завершення дії джерела нагріву (криві зі значеннями $x/a = 0,1$ та $x/a = 1$). У віддаленіших зонах, стан яких далекий від граничного, температура протягом деякого часу після закінчення нагрівання продовжує зростати за рахунок перерозподілу тепла по тілу, проходить через свій максимум і далі починає спадати. При цьому температура в ділянках тіла, розміщених на різних відстанях від джерела, має тенденцію до вирівнювання.

Висновки. На сучасному етапі розвитку науки і техніки дедалі більший інтерес становить вивчення теплових процесів унаслідок фрикційного тепловиділення. Більшість конструкцій у процесі експлуатації зазнають різних інтенсивних теплових навантажень. Тому проектувальнику або конструктору важливо, крім експериментальних даних, мати й результати теоретичних досліджень, які можна отримати на основі розв'язків нестационарних задач теплопровідності та відповідних задач термопружності за розривних граничних умов.

Проведені числові дослідження перехідних теплових процесів показали:

- найбільший вплив на температуру та її градієнти спостерігається на поверхні тертя в околі кругової області нагріву $0 \leq \rho \leq 1,5$;

- в області нагріву і спереду її зростання швидкості переміщення ГП призводить до зниження температури та збільшення її градієнтів, а в області позаду джерела швидкість не впливає на розподіл температури;
- зі збільшенням швидкості тривалість перехідного процесу локального нагрівання скорочується;
- після припинення нагріву найбільш різко охолоджується область $0 \leq \rho \leq 1$, яку займає ГП, але перехідний процес від усталеного стану до повного охолодження тут найменш тривалий.

Бібліографічний список

1. Евтушенко А. А. Моделирование кинетики тепловых процессов на локальных участках скользящего контакта / А. А. Евтушенко, Е. Г. Иваник // Трение и износ. – 1996. Т.17. – № 1. – С. 27–34.
2. Bowden F. P. W. A note on the surface temperature of sliding metals / F. P. Bowden, K. E. W. Ridler // Proc. Cambridge Philos. Soc. – 1935. – V. 31, pt. 3. – P. 341.
3. Blok H. «Seizure-Delay» methode for determining the seizure protection of E. P. Lubricants / H. Blok // SAE Journ. (translation). – 1939. – V. 44, N 5. – P. 193.
4. Blok H. Fundamental mechanical aspects in boundary lubrication / H. Blok // SAE Trans. – 1940. – V. 46. – P. 54–68.
5. Blok H. The flash temperature concept / H. Blok // Wear. – 1963. – V.6., N 6. – P. 483–494.
6. Jaeger T. C. Moving sources of heat and the temperature of sliding contact / T. C. Jaeger // Proc. Roy. Soc. N.S.W. – 1942. – V. 56, pt 3. – P. 203-224.
7. Богданович П. Н. Тепловые процессы в зоне контакта трущихся тел / П. Н. Богданович, В. М. Белов // Трение и износ. – 1992. – Т. 13, № 4. – С. 624–632.
8. Богданович П. Н. Тепловые процессы в контакте сапфир-металл / П. Н. Богданович, В. М. Белов, Н. В. Сысоев // Трение и износ. – 1993. – Т. 14, № 3. – С. 563–569.
9. Богданович П. Н. Температура на локальных участках скользящего контакта / П. Н. Богданович, В. М. Белов, Н. В. Сысоев // Трение и износ. – 1993. – Т. 14, № 5. – С. 842–850.
10. Євтушенко О. О. Методи дослідження контактної взаємодії термопружних тіл за умов локального тертя з урахуванням фрикційного нагрівання та зношування : дисертація доктора. фіз.-мат. наук: 01.02.04. / О. О. Євтушенко. – Львів, 2000. – 342 с.
11. Евтушенко А. А. Нестационарный фрикционный разогрев упругого шероховатого тела / А. А. Евтушенко, Е. Г. Иваник, Е. В. Коваленко // Трение и износ. – 1998. – Т. 19, № 1. – С. 17–25.
12. Евтушенко А. А. Нестационарное теплообразование на контакте скольжения шероховатых поверхностей в условиях смешанного трения / / А. А. Евтушенко, О. М. Уханская // ДАН Украины. – 1993. – № 11. – С. 51–57.
13. Евтушенко А. А. Термонапряженное состояние полупространства, нагреваемого движущимся фрикционным источником тепла / А. А. Евтушенко, Р. Б. Чаповска // Трение и износ. – 1994. – Т.15, № 4. – С.576–581.

14. Галицын А. С. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности / А. С. Галицын, А. Н. Жуковский. – К. : Наук. думка, 1976. – 282 с.
15. Прудников А. П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. М. Марычев. – М. : Наука, 1983. – 752 с.
16. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М. : Высшая школа, 1967. – 598 с.
17. Диткин В. А. Справочник по операционному исчислению / В. А. Диткин, А. П. Прудников. – М. : Наука, 1965. – 468 с.
18. Yevtushenko A. A. The transitive temperature processes in local friction contact / A. A. Yevtushenko, E. G. Ivanyk, O. V. Sykora // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1995. – V. 38. – N 13, P. 2395–2401.
19. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М. : Наука, 1986. – 1108 с.
20. Коровчинский М. В. Локальный термический контакт при квазистационарном тепловыделении в процессе трения / М. В. Коровчинский // Теория трения и износа. – М. : Наука, 1965. – С. 73–140.
21. Рыкалин Н. Н. Пространственное распределение температуры при дуговой сварке / Н. Н. Рыкалин. – М.-Л. : Изд-во АН СССР, 1941. – 56 с.
22. Рыкалин Н. Н. Тепловые основы сварки. Ч. 1. Процессы распространения тепла при дуговой сварке / Н. Н. Рыкалин. – М ; Л. : Изд-во АН СССР, 1947. – 272 с.

Иваник Е., Семерак В., Сикора О. Применение аппроксимационного метода при моделировании и анализе нестационарных тепловых процессов вследствие действия движущихся зон локального нагрева на основе трехмерных уравнений математической физики

С использованием интегральных преобразований Лапласа, Ганкеля и Фурье получено пространственное распределение нестационарного температурного поля в полуограниченном теле, обусловленное действием поверхностного теплового фрикционного источника, сосредоточенного в круговой области поверхности. Дан алгоритм расчета переходных тепловых процессов.

Ключевые слова: температура, полупространство, нестационарное пространственное поле температуры, движущиеся локально-концентрированные зоны нагрева.

Ivanyk E., Semerak V., Sikora O. Apply of the approximation method at analysis nonstationary heat processes because of action moving zones local heating on the basis three dimensional mathematical physics equation

With use of integral transformation of Laplace, Hankel and Fourier the distribution of the three-dimensional transient temperature field in a half-space that is heated in a circular surface area by moving frictional heating flow is

investigated. The algorithm of the calculation of the transient heat processes is made.

Key words: temperature, half-space, nonstationary volume temperature field, moving local-concentrated heat zone.